مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان
معاونت دانش پژوهان جوان

باشگاه دانش پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه‌ی سؤالات مرحله‌ی اول

بیست و ششمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۴

صبح - ساعت: ۹:۰۰

کد دفترچه : ۱

تعداد سوالات	مدت آزمون (دقیقه)
۳۰	۲۱۰

نام : نام خانوادگی : شماره صندلی :

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

۱. کد برگه‌ی سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخ‌نامه علامت بزنید. در غیر این صورت پاسخ‌نامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد. توجه داشته باشید کد برگه‌ی سؤالات شما که در زیر هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است یکی باشد.

۲. بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سوالات داخل دفترچه و وجود همه‌ی برگه‌های دفترچه‌ی سوالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسوول جلسه را مطلع کنید.

۳. یک برگ پاسخ‌نامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسوول جلسه را مطلع کنید. ضمنا مشخصات خواسته شده در پایین پاسخ نامه را با مداد مشکی بنویسید.

۴. برگه‌ی پاسخ نامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه‌ی مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.

۵. پاسخ درست به هر سوال ۳ نمره مثبت و پاسخ نادرست یک نمره منفی دارد.

۶. همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.

۷. شرکت کنندگان در دوره‌ی تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه‌ی دوم و سوم انتخاب می‌شوند.

۸. داوطلبان نمی‌توانند دفترچه‌ی سوالات را با خود ببرند (دفترچه باید همراه پاسخ نامه تحویل داده شود.)

۹. خبرگاه المپیاد کامپیوتر: inoi.ir می باشد.

کلیه‌ی حقوق این سؤالات برای باشگاه دانش پژوهان جوان محفوظ است

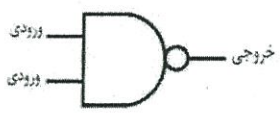
- سؤال‌های ۲۵ تا ۲۰ در دسته‌های چندسؤالی آمده‌اند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
- جواب درست به هر سؤال چهار نمره‌ی مثبت و جواب نادرست یک نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها در هر سؤال به شکل تصادفی است.

---

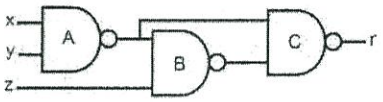
۱ مجموعه‌ی اعداد $\{۸۵, ۳۱, ۲۴, ۶۹, ۵۱, ۱۷\}$ به ما داده شده است. حداقل چند عدد از این مجموعه را باید حذف کنیم تا میانگین اعداد باقی‌مانده برابر با ۴۲ شود؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۳ ۵) ۲

۲ برای ساخت مدارهای الکترونیکی از گیت‌ها استفاده می‌شود. هر گیت تعدادی ورودی و تنها یک خروجی دارد. تمامی ورودی‌ها و خروجی یک گیت می‌توانند تنها یکی از دو مقدار صفر و یک را داشته باشند. گیت NAND که در شکل مقابل نشان داده شده است، یک گیت با دو ورودی و یک خروجی است. خروجی این گیت تنها موقعی صفر است که هر دو ورودی آن یک باشند، در غیر این صورت خروجی آن برابر یک می‌شود.

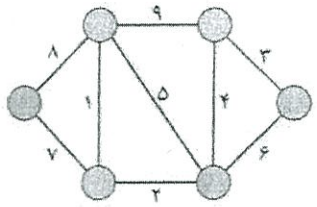


با استفاده از گیت NAND مداری به شکل زیر طراحی کرده‌ایم. به ازای چند حالت از ورودی‌های x، y و z مقدار خروجی r برابر صفر می‌شود؟ دقت کنید که در این مدار، خروجی گیت A ورودی گیت‌های B و C است.



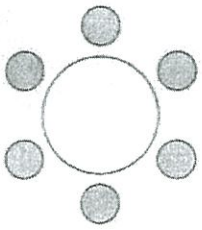
۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۲ ۵) ۳

۳ استان دور (زادگاه فامیل دور) از ۶ شهر تشکیل شده است که همانند شکل مقابل با جاده‌های خاکی به هم متصل‌اند. هزینه‌ی آسفالت کردن هر جاده به صورت یک عدد صحیح کنار جاده نشان داده شده است. نامزد نمایندگی این استان وعده داده است که در صورت پیروزی در انتخابات، با آسفالت کردن تعدادی از این جاده‌ها کاری کند که بین هر دو شهر از این استان یک مسیر آسفالت (نه لزوما مستقیم) به وجود آید. کم‌ترین هزینه‌ای که این نامزد در صورت پیروزی در انتخابات برای تحقق وعده‌اش باید بپردازد چقدر است؟



۱) ۲۶ ۲) ۳۶ ۳) ۲۱ ۴) ۱۷ ۵) ۲۸

۴ یک خرابه به شکل مقابل شش جایگاه دارد. یک دزد در یکی از این جایگاه‌ها است. تیم امنیتی سلطان شامل تعدادی پلیس ماهر است. پلیس‌ها نمی‌دانند دزد کجا است و می‌خواهند او را دست‌گیر کنند. در ابتدای هر مرحله هر پلیس در یکی از جایگاه‌ها قرار می‌گیرد. اگر دزد در یکی از جایگاه‌هایی بود که پلیسی در آن قرار دارد، دست‌گیر می‌شود. در غیر این صورت پلیس‌ها از جایگاه‌ها خارج می‌شوند و دزد یکی از حرکات زیر را انجام می‌دهد:



- به جایگاه سمت راست خود می‌رود.
- به جایگاه سمت چپ خود می‌رود.
- به جایگاه روبه‌روی خود (با سه واحد فاصله) می‌رود.

سپس مجددا پلیس‌ها در جایگاه‌ها (به لزوما جایگاه‌های مرحله‌ی قبل) قرار می‌گیرند و این مراحل تا یافتن درد ادامه می‌یابد. با توجه به این نوع حرکات، تیم سلطان باید حداقل چند پلیس داشته باشد تا بتواند به طور تضمینی در تعداد محدودی مرحله دزد را دست‌گیر کند؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳ ۵) ۵

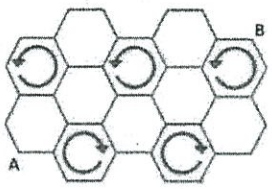
۶ همان سوال قبل را در نظر بگیرید، با این تفاوت که دزد در هر مرحله یکی از حرکات زیر را انجام می‌دهد:

- یک واحد به سمت راست خود حرکت می‌کند.
- دو واحد به سمت چپ خود حرکت می‌کند.

در این صورت حداقل چند پلیس لازم است؟

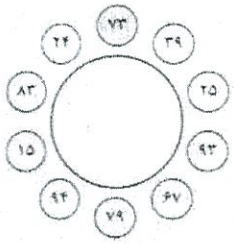
۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) ۴ ۵) ۱

۷ مورچه‌ای به کندوی زنبورها راه پیدا کرده است. او تنها می‌تواند روی مرز لانه‌ها حرکت کند. زنبورها از لانه‌هایی چرخان استفاده می‌کنند تا عسل آن‌ها شکرک نزند! این لانه‌ها در هر ثانیه یک واحد در جهت مشخص‌شده می‌چرخند. مورچه یک ضلع را می‌تواند در یک ثانیه طی کند و همواره در ابتدای هر ثانیه تصمیم می‌گیرد که یا سر جای خود بایستد، یا به سمت تقاطع بالا یا راست خودش حرکت کند و تا رسیدن به تقاطع تصمیم خود را تغییر نمی‌دهد (حتی اگر به علت چرخش جهت حرکتش تغییر کند). اگر مورچه در تقاطع A باشد، کم‌ترین زمان لازم برای آن که به تقاطع B برسد چقدر است؟



۱) ۱۱ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۰ ۵) ۸

۸ ده نفر دور یک میز نشسته‌اند. هر نفر مقداری پول دارد که به ما اطلاع نمی‌دهد. اما در عوض هر نفر از میزان پول دو نفر مجاور خود باخبر است و مجموع پول کناردستان خود را بلند اعلام می‌کند. در تصویر مقابل عددی که هر فرد اعلام کرده آمده است. در این صورت میزان پول نفری که بالای میز با رنگ خاکستری مشخص شده چقدر می‌تواند باشد؟



۱) ۱۷ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۰ ۵) ۲۴

۹ هفت کشور از جمله ایران برای میزبانی مسابقات جهانی المپیاد کامپیوتر در سال ۲۰۱۷ نامزد شده‌اند. برای انتخاب کشور میزبان، هیئت داوران در هر مرحله دو کشور از میان کشورهای باقی‌مانده را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کند و بر اساس نظر داوران، کشور بازنده را از دور خارج می‌کند. این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که تنها یک کشور باقی بماند. تنها کشور باقی‌مانده میزبان مسابقات خواهد شد. فرض کنید از قبل نظر هیئت داوران را به ازای هر دو کشور انتخاب‌شده می‌دانیم. نظر هیئت داوران در جدول مقابل آمده است. به ازای $1 \leqslant i \neq j \leqslant 7$ اگر عددی که در ردیف iام و ستون jام آمده است برابر ۱ باشد، کشور i برنده خواهد شد (یعنی نظر هیئت دواران با کشور i است). در غیر این‌صورت، کشور j برنده خواهد شد . با توجه به این جدول چند کشور شانس میزبانی را خواهند داشت؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۲	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱
۳	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۰
۶	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰
۷	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰

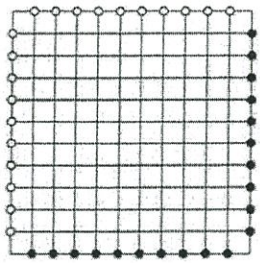
۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۷ ۵) ۵

فرض کنید a یک بیت دل‌خواه (۰ یا ۱) باشد. منظور از $\bar{a}$ برابر با $a - 1$ است. حال فرض کنید یک رشته‌ای دودویی داریم. در هر مرحله می‌توان یکی از دو عمل زیر را انجام داد:

- یک بیت مانند b در رشته را در نظر بگیریم و در دو طرف آن $\bar{b}$ بنویسیم. برای مثال از رشته‌ی $\langle ۰, ۱, ۱ \rangle$ و با انتخاب بیت وسط می‌توان به رشته‌ی $\langle ۰, ۰, ۱, ۰, ۰ \rangle$ رسید.
- دو بیت متوالی مانند ab را در نظر بگیریم و به جای آن‌ها $\bar{a}\bar{b}$ بنویسیم. برای مثال از رشته‌ی $\langle ۰, ۱, ۱ \rangle$ و با انتخاب دو بیت سمت راست می‌توان به رشته‌ی $\langle ۰, ۰, ۰ \rangle$ رسید.

اگر ابتدا رشته‌ی دودویی $\langle ۰ \rangle$ را داشته باشیم، با استفاده از دو عمل فوق نمایش دودویی چند عدد صحیح از ۲۱ تا ۲۶ را می‌توانیم بسازیم؟ توجه کنید که قرار گرفتن رقم‌های ۰ در ابتدای نمایش اشکال ندارد. برای مثال اگر به رشته‌ی $\langle ۰, ۰, ۱, ۱, ۰, ۱ \rangle$ برسیم، در واقع عدد ۱۳ را ساخته‌ایم.

۱) ۱ ۲) ۰ ۳) ۲ ۴) ۴ ۵) ۳



در شبکه‌ی ۱۲ × ۱۲ مقابل ۲۰ ماشین در نقاط پررنگ قرار گرفته‌اند و می‌خواهند به نقاط توخالی روبه‌روی خود بروند. ماشین‌های سمت راست جدول تنها به سمت چپ حرکت می‌کنند و ماشین‌های پایین جدول تنها به سمت بالا حرکت می‌کنند. سرعت هر ماشین یک متر بر ثانیه است و فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی مجاور در جدول یک متر است. می‌خواهیم به هر ماشین عددی طبیعی از ۱ تا k نسبت دهیم طوری که اگر هر ماشین در زمانی که به آن نسبت داده شده شروع به حرکت کند، بدون برخورد با ماشین دیگری به مقصد خود برسد. کوچک‌ترین عدد k که بتواند شرایط فوق را برآورده کند چقدر است؟

۱) ۱۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶ ۵) ۴

مرتضی ۲ بسته‌ی پنج کیلویی، ۲ بسته‌ی چهار کیلویی و ۲ بسته‌ی سه کیلویی دارد (بسته‌ها متمایزند). او هم‌چنین سه کیسه‌ی یکسان دارد که گنجایش هر کدام ۱۰ کیلوگرم است. مرتضی به چند طریق می‌تواند بسته‌هایش را در این کیسه‌ها قرار دهد و به خانه ببرد؟

۱) ۶ ۲) ۲۱ ۳) ۴۸ ۴) ۳۲ ۵) ۱۵

یک ماشین در اختیار داریم که هر رشته‌ی kتایی از صفر و یک مثل $x_۱, x_۲, \ldots, x_k$ را به یک رشته‌ی $(k-۱)$تایی به صورت $(x_۱ \oplus x_۲), (x_۲ \oplus x_۳), \ldots, (x_{k-۱} \oplus x_k)$ تبدیل می‌کند. (منظور از $x \oplus y$ عمل XOR دو عدد x و y است و مقدار آن تنها وقتی یک است که دقیقا یکی از دو عدد x و y یک باشد.) تعداد nهای از ۱ تا ۱۳۹۲ را بیابید که برای هر رشته nتایی دل‌خواه مثل $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ اگر این رشته را به ماشین بدهیم و خروجی را باز به ماشین بدهیم و این‌کار را آن قدر تکرار کنیم تا در نهایت یک عدد مثل t به دست آید، آن گاه داشته باشیم: $t = x_۱ \oplus x_۲ \oplus x_۳ \oplus \cdots \oplus x_n$.

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۲۴ ۳) ۱۱ ۴) ۱ ۵) ۱۰۲۵

در کلاسی ۲۰۰ دانش‌آموز وجود دارد. هر دانش‌آموز از این کلاس با دقیقا یکی دیگر از دانش‌آموزان کلاس دوست است. رابطه‌ی دوستی دوطرفه است، یعنی اگر فرد a دوست فرد b باشد، آنگاه فرد b نیز دوست فرد a است. معلم این کلاس برای آشنا شدن با دانش‌آموزان خود هر بار دو نفر از دانش‌آموزان را انتخاب می‌کند و از آن‌ها می‌پرسد که آیا با یکدیگر دوست هستند یا خیر. معلم کلاس با حداقل چند سوال می‌تواند رابطه‌های دوستی در کلاس را به طور کامل کشف کند؟

۱) ۱۰۰۰۰ ۲) ۹۹۰۰ ۳) ۴۹۵۰ ۴) ۱۹۹۰۰ ۵) ۵۰۵۰

۱۵ یک جدول ۲ × ۲ داریم که ابتدا تمام خانه‌های آن سفید است. دو خانه را **مجاور** می‌نامیم، اگر در یک ضلع مشترک باشند. **قلمرو** هر خانه عبارت است از خود آن خانه و تمامی خانه‌های مجاورش. بنابراین قلمرو هر خانه شامل حداکثر ۵ خانه است. در هر مرحله می‌توان تعدادی از خانه‌های قلمرو یک خانه را انتخاب کرد و رنگ آن‌ها را تغییر داد (از سفید به سیاه و برعکس). در حداقل چند مرحله می‌توان تمام خانه‌های جدول را سیاه کرد؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷ ۵) ۳

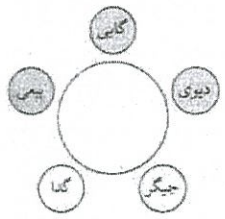
۱۶ سوال قبل را در نظر بگیرید، با این تفاوت که این بار در هر مرحله می‌توان یک خانه انتخاب کرد و رنگ دقیقا سه خانه از قلمرو آن را تغییر داد. در این صورت کم‌ترین تعداد مراحل لازم برای سیاه کردن تمام خانه‌های جدول چقدر است؟

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷ ۵) ۴

۱۷ در بازی فوتزال اگر دو تیم به تساوی برسند، بازی به ضربات پنالتی کشیده می‌شود. هر تیم ۲ پنالتی می‌زند و تیمی که تعداد پنالتی بیش‌تری را گل کند، بازی را می‌برد. اگر در ضربات پنالتی نیز مساوی شدند، بازی به تک‌پنالتی کشیده می‌شود. یعنی هر تیم یک پنالتی می‌زند و اگر برنده مشخص شد که بازی تمام است و اگر نه دوباره تک‌پنالتی می‌زنند تا برنده مشخص شود. تیم‌های ایران و آرژانتین مسابقه‌ی فوتزال برگزار کرده‌اند و بازی به ضربات پنالتی کشیده شده است. اگر بدانیم هر پنالتی تیم ایران به احتمال $\frac{1}{3}$ و هر پنالتی تیم آرژانتین به احتمال $\frac{2}{3}$ گل می‌شود، به چه احتمالی تیم ایران برنده‌ی بازی خواهد بود؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{23}{135}$ ۳) $\frac{25}{81}$ ۴) $\frac{1}{5}$ ۵) $\frac{4}{9}$

۱۸ ببعی و گابی و دیوی و جیگر و گدا به شکل مقابل دور یک میز نشسته‌اند. صندلی‌های خاکستری، صندلی‌های «ویژه» هستند. در ابتدا گدا یک ریال دارد و بقیه هیچ پولی ندارند. در هر مرحله آقای مجری یکی از دو کار زیر را انجام می‌دهد:

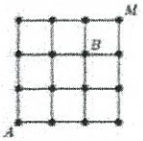


- هر کس را دو صندلی به سمت راست می‌برد. (توجه کنید که صندلی‌ها جابه‌جا نمی‌شوند و فقط خود افراد جابه‌جا می‌شوند.)
- به هر کس که روی یک صندلی ویژه نشسته است، یک ریال می‌دهد.

آقای مجری قصد دارد کاری کند که پول همه‌ی افراد برابر k ریال شود. به ازای چند مقدار $2 \leqslant k \leqslant 5$ آقای مجری می‌تواند با تعدادی گام به این هدف برسد؟

۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۴ ۵) ۳

۱۹ در شکل مقابل می‌خواهیم از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برویم، طوری که از نقطه‌ی M بگذریم. در هر مرحله می‌توان یک واحد در یکی از چهار جهت (چپ، راست، بالا و پایین) حرکت کرد. هم‌چنین از هر نقطه اجازه داریم حداکثر یک بار عبور کنیم. به چند طریق این کار ممکن است، طوری که دقیقا ۱۰ گام برداریم؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۸ ۳) ۸ ۴) ۱۶ ۵) ۲۰

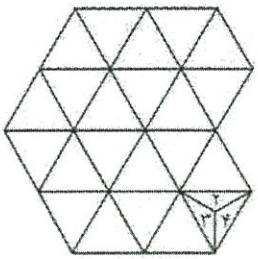
۲۰ محیا در حال طراحی یک بازی است. این بازی شامل تعدادی کارت است که روی هر یک از آن‌ها سه عدد متمایز از مجموعه‌ی اعداد ۱ تا ۷ درج شده است. محیا می‌خواهد کارت‌ها را به نحوی بسازد که هر دو کارت متمایز دقیقا یک عدد مشترک داشته باشند. در این صورت، او حداکثر چند کارت متفاوت می‌تواند بسازد؟

۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۷ ۴) ۳ ۵) ۵

۲۱ یک جدول ۲ × ۲ را در نظر بگیرید. دو خانه از این جدول را مجاور نوییم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. فرض کنید از یک خانه‌ی این جدول شروع کنیم و در هر مرحله به یک خانه‌ی مجاور برویم، طوری که از هر خانه‌ی جدول دقیقا یک بار عبور کنیم و در انتها به خانه‌ی آغازین بازگردیم. به چنین حرکتی، **دور همیلتنی** می‌گوییم. به چند طریق می‌توان دو خانه از جدول را حذف کرد، طوری که خانه‌های باقی‌مانده‌ی جدول دور همیلتنی داشته باشند؟

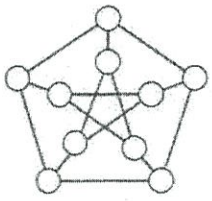
۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۲۰ ۵) ۳۲

۲۲ هرمی که اعداد ۱ تا ۴ روی وجوه آن نوشته شده است روی یک خانه از جدول مثلثی همانند شکل مقابل قرار گرفته است (روی وجه زیرین عدد ۱ نوشته شده است). این هرم در هر حرکت می‌تواند به یکی از خانه‌هایی که با خانه‌ی فعلی هرم ضلع مشترک دارد برود. حرکت هرم به این صورت است که یال روی ضلع مشترک از زمین بلند نمی‌شود و هرم حول این ضلع مشترک دوران می‌کند و در خانه‌ی جدید می‌نشیند (روی وجه دیگر مجاور آن یال). این هرم در هر خانه‌ای از جدول که قرار می‌گیرد شماره‌ی وجه زیرین خود را در آن حک می‌کند (برای مثال در خانه‌ی اول عدد ۱ حک می‌شود). می‌خواهیم این هرم را طوری روی جدول حرکت دهیم که در هر خانه‌ای دقیقا یک عدد حک شود. حداکثر مقدار مجموع اعداد حک‌شده چند می‌تواند باشد؟



۱) ۵۳ ۲) ۶۴ ۳) ۶۰ ۴) ۵۶ ۵) ۶۶

۲۳ شکل مقابل از تعدادی دایره و میله در صفحه ساخته شده است. می‌خواهیم هر یک از دایره‌های این شکل را با یکی از سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ کنیم، طوری که هر دو دایره‌ای که با میله به هم وصل هستند، ناهم‌رنگ باشند. به چند طریق این کار ممکن است؟ دو روش رنگ‌آمیزی را که با دوران شکل در صفحه به هم تبدیل می‌شوند، یکسان در نظر می‌گیریم.



۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۶ ۴) ۶۰ ۵) ۱۲۰

۲۴ یک ساعت دیجیتال داریم که زمان را به صورت یک عدد دودویی با طول ثابت ۱۱ بیت نمایش می‌دهد که ۵ بیت سمت چپ آن نشان‌دهنده‌ی ساعت (بین ۰ تا ۲۳) و ۶ بیت سمت راست آن نشان‌دهنده‌ی دقیقه (بین ۰ تا ۵۹) است. به طور مثال این ساعت دیجیتال ساعت ۱۰ و ۲۱ دقیقه را به شکل ۰۱۰۱۰۰۱۰۱۰۱ نمایش می‌دهد. در طول یک شبانه‌روز، چند بار عددی که این ساعت نشان می‌دهد، آیینه‌ای می‌شود؟ به یک رشته آیینه‌ای می‌گوییم اگر با وارون خود برابر باشد. به طور مثال رشته‌ی ۰۱۰۱۰ آیینه‌ای است، ولی رشته‌ی ۱۰۰۱۱ آیینه‌ای نیست.

۱) ۴۳ ۲) ۵۷ ۳) ۴۸ ۴) ۴۵ ۵) ۶۰

۲۵ یک جدول ۳ × ۳ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم چهار خانه‌ی a_1، a_2، a_3 و a_4 از خانه‌های این جدول را انتخاب کنیم، طوری که اگر از مرکز a_1 به مرکز a_2، سپس به مرکز a_3 و در انتها به مرکز a_4 برویم، مسیری که ایجاد می‌شود خودش را قطع نکند و همچنین مرکز هیچ سه‌تا از چهار خانه‌ی انتخاب‌شده هم‌خط نباشند. به چند طریق این کار ممکن است؟

۱) ۱۲۸۰ ۲) ۲۲۴۰ ۳) ۲۰۱۶ ۴) ۱۳۱۲ ۵) ۱۱۲۰

بر روی صندلی‌های یک مترو افراد A_1، A_2، A_3 در یک ردیف و B_1، B_2، B_3 در ردیف مقابل نشسته‌اند. طبق عادت همیشگی، هر کس به دل‌خواه به یکی از افراد روبه‌روی خود زیرزیرکی نگاه می‌کند!

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید

۲۵ یک حالت را **پایدار** گوییم، اگر هیچ دو نفری نباشند که به یک‌دیگر نگاه کنند (چشم‌توچشم شوند!). چند حالت پایدار وجود دارد؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۵۶ ۳) ۴۸ ۴) ۱۸ ۵) ۱۰۸

۲۶ زوج مرتب (i, j) را **بی‌ربط** گوییم، اگر A_i و B_j هیچ‌کدام دیگری را نگاه نکنند. به ترتیب حداقل و حداکثر چند زوج بی‌ربط داریم؟

۱) ۰ و ۶ ۲) ۳ و ۳ ۳) ۳ و ۶ ۴) ۱ و ۳ ۵) ۰ و ۳

۲۷ می‌گوییم فرد X غیر مستقیم فرد Y را می‌بیند، اگر فردی مانند Z وجود داشته باشد که X، Z را نگاه کند و Z، Y را نگاه کند. حداکثر چند زوج (X, Y) داریم که X به طور غیرمستقیم Y را نگاه کند؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۸ ۵) ۵

دستگاه عددساز در ابتدا عدد x را که برابر با صفر است نمایش می‌دهد. این دستگاه از ما یک دنباله از اعداد ۰ و ۱ می‌گیرد و طی مراحل زیر عدد x را تغییر می‌دهد:

با شروع از اولین عدد، به ازای هر عدد در دنباله:

- اگر عدد برابر با ۰ بود، x را ۴ برابر می‌کنیم.
- اگر عدد برابر با ۱ بود، x را برابر با $x + 3$ قرار می‌دهیم.

یک دنباله از ۰ و ۱ را «معتبر» می‌نامیم اگر در آن هیچ سه عدد متوالی برابر با ۱ نباشند.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید

۲۸ با استفاده از دستگاه عددساز و دنباله‌های معتبر به طول ۵ چند عدد مختلف می‌توان ساخت؟

۱) ۱۳ ۲) ۳۱ ۳) ۱۶ ۴) ۲۸ ۵) ۲۴

۲۹ با استفاده از دستگاه عددساز و دنباله‌های معتبر به طول ۱۰ چند عدد مختلف می‌توان ساخت؟

۱) ۵۰۴ ۲) ۱۷۸ ۳) ۹۲۷ ۴) ۲۷۴ ۵) ۲۸۸

۳۰ فرض کنید بتوانیم دنباله‌های معتبر به هر طول دل‌خواهی را به دستگاه عددساز بدهیم. حداکثر چند عدد کوچک‌تر از ۲۰۴۸ می‌توانیم بسازیم؟

۱) ۲۴۳ ۲) ۲۰۴۷ ۳) ۸۱ ۴) ۲۴۹ ۵) ۲۲۴